

Tentamen Kansrekening (Külske Nieuwe Stijl)

Alle boeken en eigen notities toegestaan

Woensdag 4 Juli 2007

1. Een vaas bevat 10 ballen met getallen $1, 2, \dots, 10$. Er worden 5 ballen getrokken. Hoe groot is de kans dat het grootste getal m is?
 - a) Met terugleggen
 - b) Zonder terugleggenVoor welke waarden van m worden deze kansen maximaal?
2. 10 procent van de bevolking lijdt aan een ziekte. Er is zijn twee tests ontwikkeld om de ziekte op te sporen, welke beide 90 procent van alle zieken als ziek classificeren, en 90 procent van alle gezonden als gezond. Stel dat de tests onafhankelijk zijn. Hoe groot is de kans dat een persoon ziek is als:
 - (a) beide tests positief zijn
 - (b) precies een van de tests positief is
3. a) Laat X en Y twee onafhankelijke stochasten zijn met een meetkundige verdeling met parameter p (zoals in Kalma-Deling op pag. 251 gegeven). Bepaal de verdeling van $X + Y$ met behulp van het convolutieproduct.
b) Laat nu X en Y en Z drie onafhankelijke stochasten zijn met een meetkundige verdeling met parameter p . Bepaal de verdeling van $X + Y + Z = (X + Y) + Z$ met behulp van het convolutieproduct.
4. Laat X en Y twee stochasten zijn met normale verdeling met $\mathbf{E}(X) = \mathbf{E}(Y) = 0$ en variantie $\text{Var}(X) = 9$, $\text{Var}(Y) = 16$.
 - a) Wat is de verdeling van $X + Y$ als X en Y onafhankelijk zijn?
 - b) Stel dat niet bekend is of X en Y onafhankelijk zijn. Hoe groot is de variantie van $X + Y$ minimaal?
5. Laat X, Y onafhankelijke stochastische variabelen zijn met verdelingsfunctie $F_X(x) = \sqrt{x} = F_Y(x)$ voor $0 \leq x \leq 1$.
 - a) Wat is de dichtheid van X^2 ?
 - b) Bereken verwachtingswaarde en variantie van X^2 !
 - c) Wat is de dichtheid van \sqrt{XY} ?